

1. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.
- (a) Determinare una rappresentazione parametrica e una cartesiana della retta  $r$  passante per i punti  $P_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  e  $P_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
  - (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  ortogonale ad  $r$  e passante per  $P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
  - (c) Calcolare la distanza di  $P_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$  da  $\pi$ .
  - (d) Detta  $Q$  l'intersezione fra  $r$  e  $\pi$  calcolare il prodotto scalare fra i vettori  $\overrightarrow{QP_0}$  e  $\overrightarrow{QP_2}$ .
- 

2. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.
- (a) Determinare una rappresentazione parametrica del piano che ha equazione cartesiana  $\pi: x - 2y + 2z + 1 = 0$ .
  - (b) Determinare una rappresentazione parametrica della retta  $r$  ottenuta intersecando  $\pi$  con il piano di equazione  $y = 2$ .
  - (c) Determinare una rappresentazione cartesiana per la retta  $s$  che è parallela ad  $r$  e passante per  $P_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
  - (d) Calcolare la distanza di  $P_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$  da  $\pi$ .
-

3. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.
- (a) Determinare una rappresentazione parametrica e una cartesiana della retta  $s$  passante per i punti  $P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
  - (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  ortogonale ad  $s$  e passante per  $P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
  - (c) Detta  $P_3$  l'intersezione fra  $s$  e  $\pi$  calcolare l'angolo fra i vettori  $\overrightarrow{P_3P_0}$  e  $\overrightarrow{P_3P_2}$ .
  - (d) Calcolare la distanza di  $P_0$  da  $\pi$ .
- 

4. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.
- (a) Determinare una rappresentazione parametrica del piano che ha equazione cartesiana  $\pi: x + 3y - 2z + 1 = 0$ .
  - (b) Determinare una rappresentazione parametrica della retta  $r$  ottenuta intersecando  $\pi$  con il piano di equazione  $z = 2$ .
  - (c) Determinare una rappresentazione cartesiana per la retta  $s$  che è parallela ad  $r$  e passante per  $P_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
  - (d) Calcolare la distanza di  $P_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$  da  $\pi$ .
-

5. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  e il piano  $\pi: 2x - y - 3z = 1$  determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta  $r = AB$ ;
  - (b) il punto di intersezione  $H$  di  $r$  con  $\pi$ ;
  - (c) una rappresentazione parametrica della retta  $s$  passante per  $H$  e ortogonale a  $\pi$ ;
  - (d) la distanza di  $B$  da  $\pi$ .
- 

6. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e il piano  $\pi: 2x - 2y - z = 1$  determinare:

- (a) una rappresentazione cartesiana della retta  $r = AB$ ;
  - (b) il punto di intersezione  $H$  di  $r$  con  $\pi$ ;
  - (c) una rappresentazione parametrica della retta  $s$  passante per  $H$  e ortogonale a  $\pi$ ;
  - (d) la distanza di  $B$  da  $\pi$ .
-

7. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e il piano  $\pi: x + 3y - z = 1$  determinare:
- (a) una rappresentazione cartesiana della retta  $r = AB$ ;
  - (b) il punto di intersezione  $H$  di  $r$  con  $\pi$ ;
  - (c) una rappresentazione parametrica della retta  $s$  passante per  $H$  e ortogonale a  $\pi$ ;
  - (d) la distanza di  $B$  da  $\pi$ .
- 

8. (8 pt) Sia  $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e il piano  $\pi: 3x + 2y + z = 1$  determinare:
- (a) una rappresentazione cartesiana della retta  $r = AB$ ;
  - (b) il punto di intersezione  $H$  di  $r$  con  $\pi$ ;
  - (c) una rappresentazione parametrica della retta  $s$  passante per  $H$  e ortogonale a  $\pi$ ;
  - (d) la distanza di  $B$  da  $\pi$ .
-