1. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.

   (a) Determinare una rappresentazione parametrica e una cartesiana della retta r passante per i punti $P_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $P_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

   $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4t+3 \\ -3t+3 \\ -4t+3 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} x - z = 0 \\ 4y - 3z - 3 = 0. \end{cases}$$

   (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π ortogonale ad r e passante per $P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. $\pi = \{4x + 3y + 4z + 2 = 0\}$.

   (c) Calcolare la distanza di $P_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ da π. $\sqrt{41}$.

   (d) Detta Q l'intersezione fra r e π calcolare il prodotto scalare fra i vettori $\overrightarrow{QP_0}$ e $\overrightarrow{QP_2}$. 0 .

---

2. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.

   (a) Determinare una rappresentazione parametrica del piano che ha equazione cartesiana $\pi \colon x - 2y + 2z + 1 = 0$.

   $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

   (b) Determinare una rappresentazione parametrica della retta r ottenuta intersecando π con il piano di equazione $y = 2$.

   $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

   (c) Determinare una rappresentazione cartesiana per la retta s che è parallela ad r e passante per $P_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

   $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} x + 2z - 2 = 0 \\ y + 1 = 0. \end{cases}$$

   (d) Calcolare la distanza di $P_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ da π. 9.

---

3. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.

(a) Determinare una rappresentazione parametrica e una cartesiana della retta s passante per i punti $P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+1 \\ t+1 \\ -2t+1 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + z - 3 = 0 \end{cases}$$

(b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π ortogonale ad s e passante per $P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. $\pi = \{x + y - 2z - 9 = 0\}$.

(c) Detta P_3 l'intersezione fra s e π calcolare l'angolo fra i vettori $\overrightarrow{P_3P_0}$ e $\overrightarrow{P_3P_2}$. $\pi/2$.

(d) Calcolare la distanza di P_0 da π. $3\sqrt{3}/\sqrt{2} = 3\sqrt{6}/2 = 9/\sqrt{6}$.

---

4. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio.

(a) Determinare una rappresentazione parametrica del piano che ha equazione cartesiana $\pi\colon x + 3y - 2z + 1 = 0$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Determinare una rappresentazione parametrica della retta r ottenuta intersecando π con il piano di equazione $z = 2$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(c) Determinare una rappresentazione cartesiana per la retta s che è parallela ad r e passante per $P_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} x + 3y + 1 = 0 \\ z = 0. \end{cases}$$

(d) Calcolare la distanza di $P_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ da π. $2\sqrt{14}$.

---

5. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e il piano $\pi\colon 2x - y - 3z = 1$ determinare:

   (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;

   $$2x + y - 4 = y - z - 1 = 0$$

   (b) il punto di intersezione H di r con π; $(7/5, 6/5, 1/5)$

   (c) una rappresentazione parametrica della retta s passante per H e ortogonale a π;
   $x = 7/5 + 2t, y = 6/5 - t, z = 1/5 - 3t, \quad t \in \mathbb{R}.$

   (d) la distanza di B da π. $(3/7)\sqrt{14}$

---

6. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e il piano $\pi\colon 2x - 2y - z = 1$ determinare:

   (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;

   $$2x + z - 4 = x + y - z - 1 = 0$$

   (b) il punto di intersezione H di r con π; $(3/2, 1/2, 1)$

   (c) una rappresentazione parametrica della retta s passante per H e ortogonale a π;
   $x = 3/2 + 2t, y = 1/2 - 2t, z = 1 - t, \quad t \in \mathbb{R}.$

   (d) la distanza di B da π. $(5/3)$.

---

7. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il piano $\pi\colon x + 3y - z = 1$ determinare:

   (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;

   $$x + y - 1 = 2y + z + 1 = 0$$

   (b) il punto di intersezione H di r con π; $(5/4, -1/4, -1/2)$

   (c) una rappresentazione parametrica della retta s passante per H e ortogonale a π;
   $x = 5/4 + t, y = -1/4 + 3t, z = -1/2 - t, \quad t \in \mathbb{R}.$

   (d) la distanza di B da π. $(3/11)\sqrt{11}$

---

8. **(8 pt)** Sia $\mathcal{R}(O, \hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \hat{\boldsymbol{k}})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio; assegnati i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e il piano $\pi\colon 3x + 2y + z = 1$ determinare:

   (a) una rappresentazione cartesiana della retta $r = AB$;

   $$x + y - 2 = x - 2z - 1 = 0$$

   (b) il punto di intersezione H di r con π; $(-5/3, 11/3, -4/3)$

   (c) una rappresentazione parametrica della retta s passante per H e ortogonale a π;
   $x = -5/3 + 3t, y = 11/3 + 2t, z = -4/3 + t, \quad t \in \mathbb{R}.$

   (d) la distanza di B da π. $(1/2)\sqrt{14}$
